31. Physikolympiade des Landes Thüringen 2021/2022

Klassenstufe 7

Lösungen der 2. Runde

Lösung 31.2.07.1 „Schwindelerregend“ (10 BE)

a) $118\,\text{km} - 47\,\text{km} = 71\,\text{km}$

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{47\,\text{km}}{65\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0{,}723077\,\text{h} = 43{,}3846\,\text{min} = 2603\,\text{s} = t_s \text{ (Zeit des Lkw)}$$

$$v_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{71\,\text{km}}{0{,}723007\,\text{h}} = 98{,}19\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

6 BE

b) $m = 22{,}7\,\text{t} \rightarrow F_G = 227\,\text{kN}$ (natürlich kann man auch mit 9,81 arbeiten)

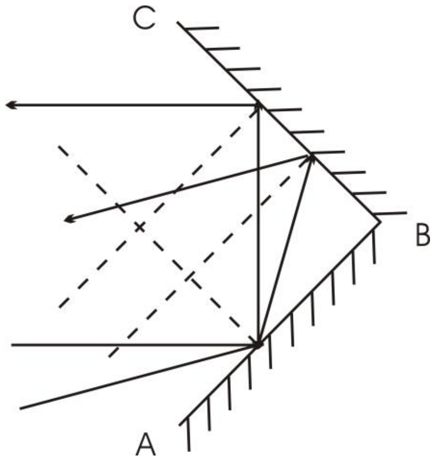
$$F_H = \frac{F_G \cdot h}{l} = \frac{227\,\text{kN} \cdot 565\,\text{m}}{15400\,\text{m}} = 8{,}33\,\text{kN} \text{ (mittlere Zugkraft)}$$

$$F_{H,max} = 2{,}7 \cdot 8{,}33\,\text{kN} = 22{,}49\,\text{kN} \text{ (maximale Zugkraft)}$$

4 BE

Lösung 31.2.07.2 „Spieglein, Spieglein auf dem Tisch“ (10 BE)

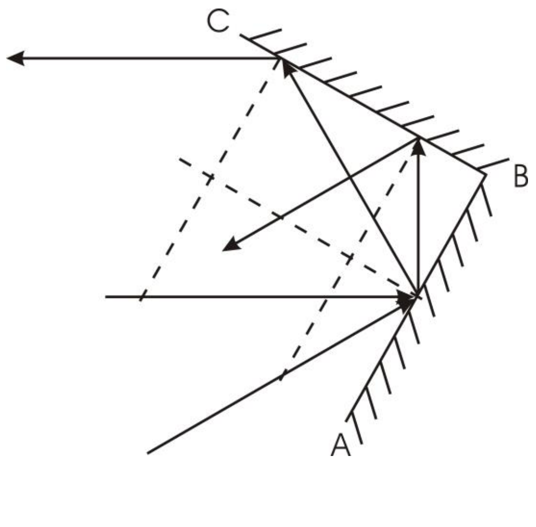
a)



Der einfallende und der zweite reflektierte Strahl verlaufen parallel zueinander.

4 BE

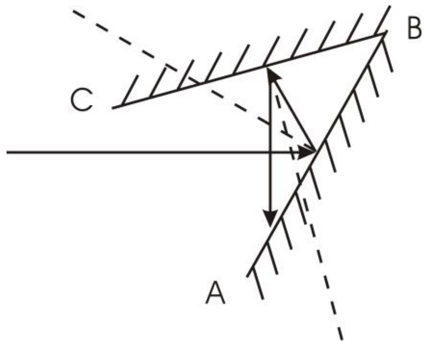
b)



Auch hier verläuft der einfallende Lichtstrahl parallel zum zweiten reflektierten Strahl.

3 BE

c)



Spiegel BC muss um 60° entgegen dem Uhrzeigersinn gedreht werden.

3 BE

Lösung 31.2.07.3 „Alles Physik“ (10 BE)

a) Lutz erzählt Unsinn. Wasser friert unter Schwerkrafteinfluss immer von oben nach unten ☑ zu, weil die Dichte von Eis kleiner als die Dichte von flüssigem Wasser ist und damit durch Auftrieb an die Oberfläche gelangt. ☑ — 2 BE

b) Beschreibung zur Bestimmung der Fixpunkte: Siedepunkt ☑ und Schmelzpunkt ☑. Achtung: Die Beobachtung, „wann das Wasser zu gefrieren beginnt“ zählt als nicht richtig, weil diese Beobachtung im Gefrierschrank nicht möglich ist. Für den Schmelzpunkt muss man sich Eisschnee herstellen und die Phase der Umwandlung beobachten (T = const.).
Beschreibung der Einteilung einer Skala aus den beiden Fixpunkten ☑. — 3 BE

c) Die Version mit dem nassen Tuch ist besser, wenn man dieses nicht austrocknen lässt. ☑ Durch die Sonneneinstrahlung und ggf. Wind wird dem Tuch und damit der Cola die nötige Umwandlungsenergie für das Verdunsten des Wassers entzogen. Dabei können Temperaturen unterhalb der ursprünglichen Wassertemperatur entstehen. ☑ — 2 BE

d) Metalle (insbesondere Aluminium) sind gute Wärmeleiter. ☑ Der Löffel leitet Wärme über den Stiel und die Hand ab. — 1 BE

e) Sonneneinstrahlung, Wind, trockene Luft (Zwei Fakten nennen ☑☑.) — 2 BE

Lösung 31.2.07.4 „Die goldene Kugel“ (10 BE)

a) Bestimmung der Volumina $V = \frac{m}{\rho}$ ☑ $V_{Cu} = 201\,cm^3$ ☑ $V_{Zn} = 118\ cm^3$ ☑ — 5 BE
$\rho_{Messing} = \frac{m_{ges}}{V_{ges}}$ ☑ $\rho_{Messing} = \frac{2640g}{319 \cdot cm^3}$ $\rho_{Messing} = 8{,}28\frac{g}{cm^3}$ ☑

b) $\rho = \frac{m_{Kugel}}{V_{Kugel}}$ $V_{Kugel} = \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot r^3$ $V_{Kugel} = 3054 \cdot cm^3$ ☑ — 2 BE
$\rho = \frac{2640g}{3054cm^3} = 0{,}86\frac{g}{cm^3}$ ☑

c) Die Hohlkugel schwimmt im Wasser, da ihre mittlere Dichte kleiner ist als die von Wasser. ☑ — 1 BE

d) Gesamtvolumen – Volumen von Messing = Volumen der „Luftkugel“ ☑ — 2 BE
Radius dieser „Luftkugel“ berechnen $V_{Kugel} = \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot r^3$ $\rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}}$ r = 8,68 cm
Differenz der Radien ergibt die Wandstärke $d = 3{,}2$ mm ☑

Lösung 31.2.08.1 Fahrrad gegen Biene (7 BE)

Die Radfahrer fahren aufeinander zu $\Rightarrow$ $v_1 + v_2 = 2 \cdot 16\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 32\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ ✓✓✓

$v = \frac{s}{t}$ $t = 1\ \text{h}$ ✓✓

Die Biene fliegt also ebenfalls 1 Stunde lang mit der konstanten Geschwindigkeit von $40\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

$\Rightarrow$ s = 40 km ✓✓

Die Biene legt eine Strecke von 40 km zurück.

Lösung 31.2.08.2 Wärmeaufnahme (11 BE)

Geg: $m_{Pb} = 120g$ $m_x = 40g$ $\Delta T = 80K$ $c_{Pb} = 0{,}13\,\frac{kJ}{kg \cdot K}$ P = 150W $\eta = 35\%$

a) $Q_{Pb} = m_{Pb} \cdot c_{Pb} \cdot \Delta T = 0{,}12\ \text{kg} \cdot 0{,}13\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 80\ \text{K} = 1{,}248\ \text{kJ}$ ✓✓

b) $Q_{Pb} = Q_x$ $Q_x = m_x \cdot c_x \cdot \Delta T$ $c_x = \frac{Q_x}{m_x \cdot \Delta T} = \frac{1{,}248\ \text{kJ}}{0{,}04\ \text{kg} \cdot 80\ \text{K}} = 0{,}39\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ ✓✓✓

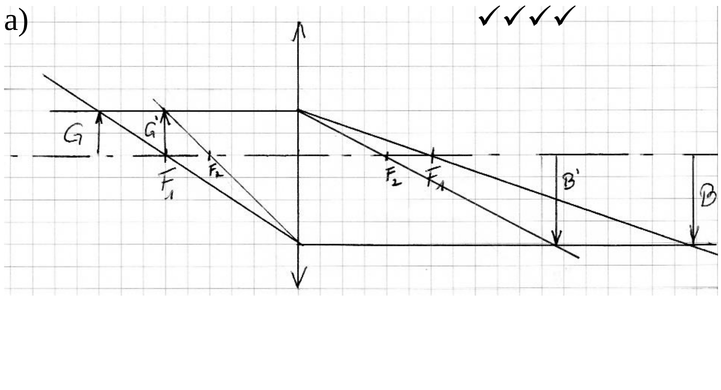
Es handelt sich um Messing. $c_{Mess} = 0{,}38\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$. ✓

c) $P = \frac{Q_{ab}}{\Delta t}$ ✓ $Q_{\text{ab}} = 150\ \text{W} \cdot \Delta t$ ✓ $\eta = \frac{Q_{auf}}{Q_{ab}}$ ✓

$150\ \text{W} \cdot \Delta t \cdot 0{,}35 = 1248\ \text{Ws}$ $\Delta t = 23{,}77\text{s}$ ✓✓

Lösung 31.2.08.3 „Gleiche Bilder“ (14 BE)

a) ✓✓✓✓



- Konstruktion des Bildes B mit Hilfe eines Parallelstrahls, der zum Brennpunktstrahl wird und eines Brennpunktstrahls, der zum Parallelstrahl wird, der Schnittpunkt ist die Spitze des Bildpunktes B ✓

- der linke Parallelstrahl bleibt egal wo der Gegenstand steht und wird zum Brennpunktstrahl durch F_2 ✓
- der Parallelstrahl auf der rechten Seite bleibt ebenfalls, da das Bild ja wieder die doppelte Größe erhalten soll ✓
- auf der linken Seite zeichnet man nun den zugehörigen Brennpunktstrahl durch F_2
- es entstehen G' und B' ✓

b) Das Problem ist eindeutig lösbar. Egal welche Größe der Gegenstand hat, er muss immer an der gleichen Stelle vor der Linse stehen um das doppelt so große reelle umgekehrte Bild zu erzeugen. Würde man auch virtuelle Bilder zulassen wäre die Aufgabe nicht eindeutig lösbar. Dann würde man aber aufrechte Bilder erhalten. Das widerspricht der Aufgabe. ✓✓

c) $\frac{1}{f}=\frac{1}{g}+\frac{1}{b}$ $\qquad \frac{1}{3\text{ cm}}=\frac{1}{4{,}5\text{ cm}}+\frac{1}{b}$ $\qquad b = 9\text{ cm}$ ✓✓

$\frac{G}{B}=\frac{g}{b}=\frac{1}{2} \qquad \Rightarrow \quad b=2\cdot g$ ✓

$\frac{1}{2\text{ cm}}=\frac{1}{g}+\frac{1}{2\cdot g} \qquad \frac{1}{2\text{ cm}}=\frac{3}{2\cdot g} \qquad g = 3\text{ cm} \quad b = 6\text{ cm}$ ✓✓

Lösung 31.2.08.4 „Riesenkräfte“ (8 BE)

Geg: $\rho=1{,}03\frac{g}{cm^3}=1030\frac{kg}{m^3}$ $\qquad h = 1089\text{ m}$ $\qquad$ A = 1 dm² = 0,01 m² $\qquad g=10\frac{m}{s^2}$

a) $p=\rho\cdot g\cdot h=1030\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 10893\text{ m} = 112197900\text{ Pa} = 112{,}2\text{ MPa}$ ✓✓

$\left[\frac{kg\cdot m\cdot m}{m^3\cdot s^2}=\frac{N}{m^2}=Pa\right]$ ✓

b) $p=\frac{F}{A}$ $\qquad F=p\cdot A=112{,}2\cdot 10^6\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\cdot 10^{-2}\text{m}^2=1122\text{ kN}$ ✓✓

c) Rundungen führen zu einer besseren „Verteilung“ des Drucks ✓
Da für den Auflagedruck gilt $F\perp A$, d.h. es gibt so nur sehr kleine Flächen, so ✓
folgt aus $F=p\cdot A$ die Kraft auf einen Sektor der Wand ist relativ klein ✓

31. Physikolympiade des Landes Thüringen 2021/2022

Klassenstufe 9

Lösungen der 2. Runde

Lösung 31.2.09.1 Spannung weg? (10 BE)

Berechnen von Querschnittsfläche und Widerstand der Kupferleitung:

$A = \frac{\pi}{4}\,(1\text{ mm})^2 = 0{,}785\text{ mm}^2$ $\quad R(Leitung) = \frac{2\rho l}{A} = \frac{2\quad 0{,}0172\,\Omega\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{mm}^2\quad 250\text{ m}}{0{,}785\text{ mm}^2} = 11\,\Omega$ ✓✓✓

Berechnen des Widerstandes der Kreissäge

$R(Säge) = \frac{U^2}{P} = \frac{(240V)^2}{2500VA} = 23\Omega$ ✓✓

Spannungsanteile berechnen

$z.B.\ U(Säge) = \frac{R(Motor)}{R(gesamt)}\ U(Netz) = \frac{23\Omega}{34\Omega} 240V = 162V$ ✓✓ $U(Leitung) = 78V$ ✓

Kreissäge läuft nicht an oder Kreissäge bleibt bei Nutzung stehen oder … ✓

Leitung mit größerem Querschnitt zur Scheune legen oder Säge mit geringerer Leistung nutzen oder… ✓

Lösung 31.2.09.2 Wasser kalt? (10 BE)

$W_{el} = Q_1$ ✓

$Q_1 = U \cdot I \cdot t = 220V \cdot 5{,}44A \cdot 22 \cdot 60s = 1{,}58\text{ MJ}$ ✓✓

$Q_2 = \eta\, Q_1 = (100\% - \ 17{,}6\%) \cdot 1{,}58\text{ MJ} = 1{,}3\text{ MJ}$ ✓✓

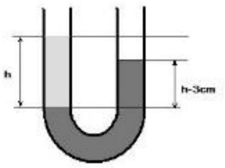
$Q_2 = m_E q_E + m_w C_w \Delta T_w$ ✓✓

$m_E = \frac{Q_2 - m_w C_w \Delta T_w}{q_E} = 0{,}8\text{ kg}$ ✓✓✓

0,8 kg Eis waren im Wasser.

Lösung 31.2.09.3 Öl leicht? (10 BE)

a) Auf der linken wie rechten Seite stehen gleiche Gewichtskräfte der Flüssigkeit im Gleichgewicht. Bei Wasser führt das auf Grund gleicher Dichte auch zu gleicher Höhe. Schüttet man jedoch Öl in die linke Hälfte, muss sich wegen dessen geringerer Dichte eine größere Höhe auf dieser Seite ergeben. ✓✓✓✓



b) $F_{GL} = F_{GR} \rightarrow$ ✓ $m_L = m_R$ ✓

$\rho_{Öl} \cdot \cancel{A} \cdot h_L = \rho_w \cdot \cancel{A} \cdot h_R$ ✓✓

$\rho_{Öl} = \rho_w \cdot \frac{h_R}{h_L} = 1\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{5\text{ cm}}{8\text{ cm}} = 0{,}625\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ✓✓

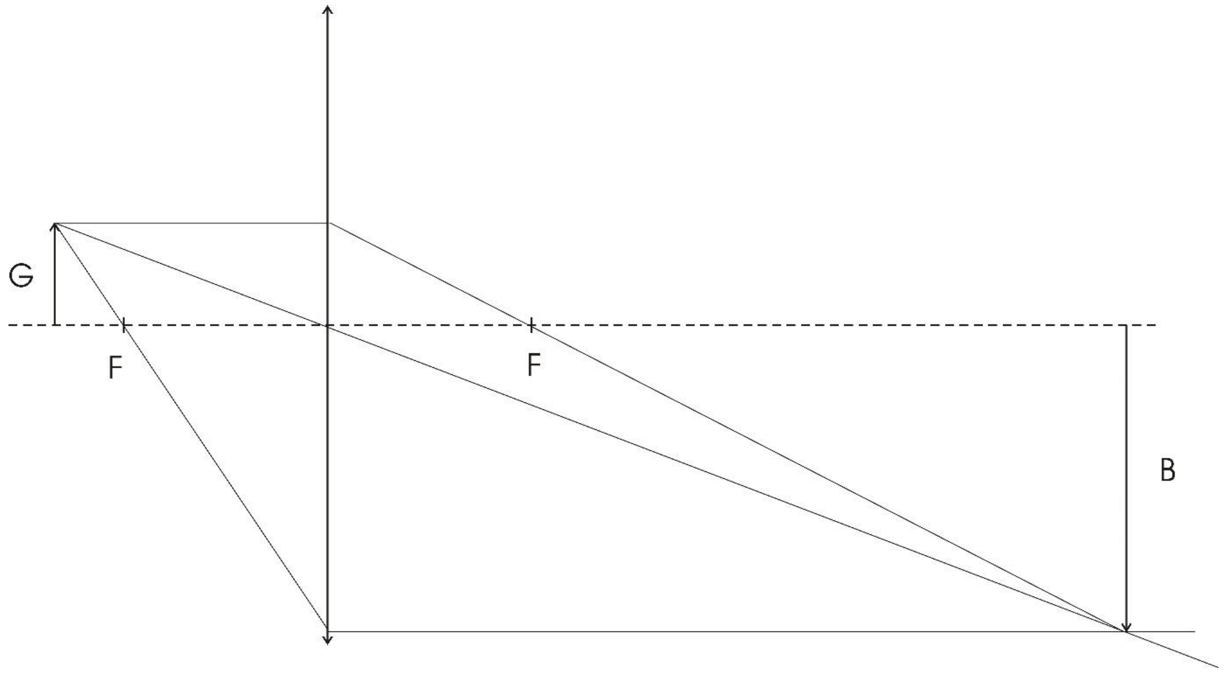
Lösung 31.2.09.4 Bild groß? (10 BE)

Aus dem Abbildungsmaßstab folgt b = 3 g ✓✓

Dann lautet die Abbildungsgleichung $\frac{1}{8\text{ cm}} = \frac{1}{g} + \frac{1}{3g}$ ✓✓ g =10,7 cm $\quad b$ = 32cm ✓

In diesem Fall entfallen ✓✓✓✓✓ auf die Konstruktion zur Bestätigung.

Wenn mit der Konstruktion (hier in der Kontrolllösung M 1: ca. 2) begonnen wird, bitte die Punkte ähnlich verteilen.


G
F
F
B

Lösung 31.2.10.1 „Heiße Sache?“ (10 BE)

a) 8BE

$$R = \varrho_{el} \cdot \frac{l}{A} = 0{,}028 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{30\text{ m}}{\pi \cdot (4\text{ mm})^2} = 1{,}67 \cdot 10^{-2}\ \Omega$$

$$W = U \cdot I \cdot t = R \cdot I^2 \cdot t$$

$$= 1{,}67 \cdot 10^{-2}\ \Omega \cdot (100000\ A)^2 \cdot 1\ ms\ +\ 1{,}67 \cdot 10^{-2}\ \Omega \cdot (1000\ A)^2 \cdot 1s = 1{,}84 \cdot 10^5\ J$$

$$Q = W = m \cdot c \cdot \Delta T = \pi \cdot r^2 \cdot l \cdot \varrho_m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$\rightarrow \Delta T = \frac{1{,}84 \cdot 10^5\text{ J}}{\pi \cdot (0{,}04\text{ dm})^2 \cdot 300\text{ dm} \cdot 2{,}7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 50\text{ K}$$

b) z.B. 2BE

- Die Umgebung des Blitzableiters nimmt sofort Wärme auf und erwärmt sich ebenfalls.
- Es gibt mehrere Blitzableiter, die als Netz über ein Haus installiert sind, wodurch sich der Strom aufteilt.

Lösung 31.2.10.2 „Steinewerfer“ (10 BE)

a) Ursprung des zugrundeliegenden KS: Fußpunkt von Christian (auch anders möglich) 6BE

Wurfparabel: $y_W = -\frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v_0^2} + y_0 = -\frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{60{:}3{,}6\frac{m}{s}} + 1{,}2\ m$

Boden/Hang: $y_B = -m \cdot x = -0{,}7 \cdot x$

Auftreffpunkt: $y_W = y_B \rightarrow -\frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{(60{:}3{,}6\frac{m}{s})^2} + 1{,}2\ m = -0{,}7 \cdot x \rightarrow x = 41{,}3\ m$

b) $y = -0{,}7 \cdot 41{,}3\ m = 28{,}9\ m$ 2BE

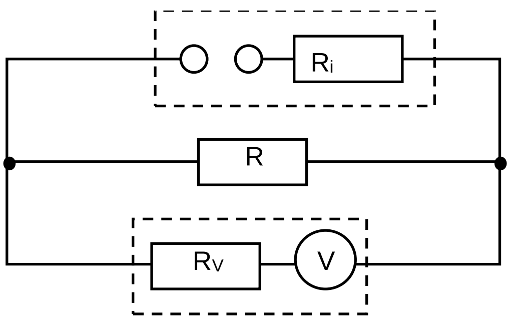
Der Stein trifft 28,9 m unterhalb von Christian auf, ist also 30,1 m gefallen.

c) Fall I wäre für Christian am besten. 2BE

45° sind optimal, wenn die Abwurfhöhe gleich der Auftreffhöhe ist. da die Auftreffhöhe bei Christian deutlich unter der Abwurfhöhe liegt, ist ein flacherer Wurf günstiger, da der Stein dann weiter fliegt. Ist die Parabelbahn steiler (Abwurf über 45°) fällt der Stein auch steiler wieder herunter und fliegt nicht so weit.

Lösung 31.2.10.3 „Es geht mehr!" (10 BE)

a) 2 BE



b) Ausgehend von der Klemmspannung U_K erhält man: 4 BE

$$I \quad U_K = U_0 - R_i \cdot I_{ges}$$

$$9{,}9V = 10V - 2\Omega \cdot I_{ges}$$

$$\underline{I_{ges} = 0{,}05A}$$

$$II \quad I_{ges} = I_R + I_V$$

$$\underline{I_{ges} = \frac{9{,}9V}{200\Omega} + \frac{9{,}9V}{R_V}}$$

$$I = II \quad 0,05A = \frac{9,9V}{200\Omega} + \frac{9.9V}{R_V}$$

Innenwiderstand des Voltmeters: $R_V = \frac{9,9V}{0,05A - \frac{9,9V}{200\Omega}} = \underline{\underline{19800\Omega}}$

4 BE

c) Der gesuchte Widerstand X muss in Reihe zum Voltmeter (R_V) geschaltet werden.

Es gilt für die Reihenschaltung: $X + R_V = R_{ges}$ bzw. $U_X + U_V = U_{ges}$ und $I_X = I_V$

Die erlaubte Maximalspannung für U_V beträgt weiterhin 12V, wobei gleichzeitig die maximale Gesamtspannung von U_{ges} = 60V anliegt. Somit gilt: $U_X = U_{ges} - U_V = 60\ \text{V} - 12\ \text{V} = 48\ \text{V}$

Aus der Stromstärkegleichheit ergibt sich für den gesuchten Vorwidersand X:

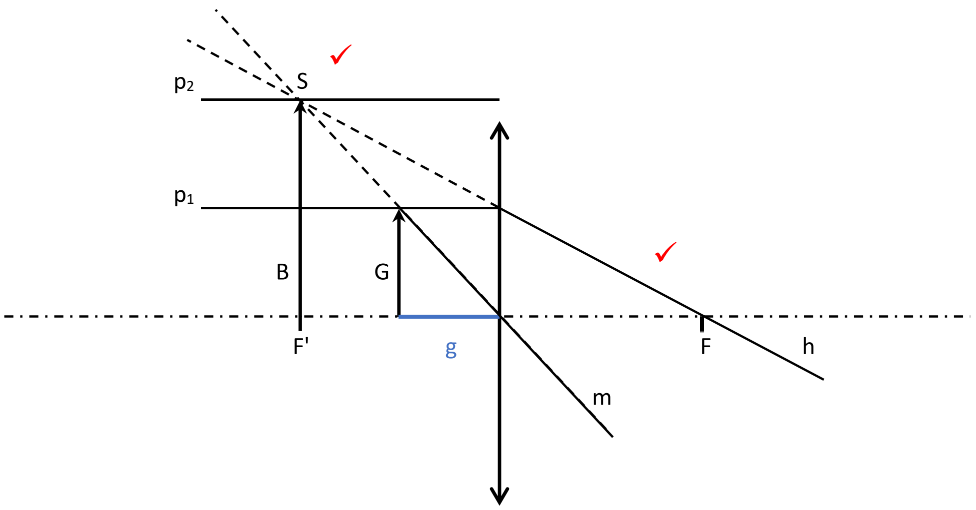
$$I_X = I_V$$

$$\frac{48V}{X} = \frac{12V}{19800\Omega}$$

$$X = \frac{48V \cdot 19800\Omega}{12V} = 4 \cdot 19800\Omega = \underline{\underline{79200\Omega}}$$

Lösung 31.2.10.4 „Lupenklar“ (10 BE)

a)



2BE

Arbeitsschritte:

1. In Höhe des Gegenstandes (wie auch f frei wählbar) einen Parallelstrahl p_1 einzeichnen
2. den zugehörigen Brennpunktstrahl h einzeichnen und rückwärtig verlängern
3. in Höhe der doppelten Gegenstandsgröße einen weiteren Parallelstrahl p_2 einzeichnen
4. Schnittpunkt von h und p_2 sei S
5. Mittelpunktstrahl durch S einzeichnen
6. im Schnittpunkt von m und p_1 das Lot zur optischen Achse fällen = Gegenstand G (Lot von S zur optischen Achse = B)
7. b und f messen und teilen ergibt: $\underline{\underline{g = 0,5 \cdot f}}$

5BE

b) 1.) 7,5 cm : 3 = 2,5 cm Durchmesser darf die Münze maximal haben, um als Ganzes und dreifach vergrößert mit der Lupe betrachtet werden zu können. 1BE

2.) Führt man das Objekt innerhalb der einfachen Brennweite immer näher zur Linsenebene heran, wird das virtuelle Bild kleiner und nähert sich der Gegenstandsgröße an. (vgl. Aufgabe a))
Man kann also mit der „Dreifachlupe“ bei entsprechendem Abstand des zu betrachtenden Objekts auch zweifach vergrößern. 2BE

Lösung 31.2.11.1 — Zinnsoldaten — (10 BE)

1.1 Berechnen der Massenanteile Pb und Sn

$m_{Pb} = 2\,kg$

$m_{Sn} = 3\,kg$ — 1 BE

$Q = Q_{Sn} + Q_{Pb} + Q_C$

$Q_{Sn} = m_{Sn} \cdot c_{Sn} \cdot \Delta T + m_{Sn} \cdot q_{Sn} = 402{,}42\,kJ$

$Q_{Pb} = m_{Pb} \cdot c_{Pb} \cdot \Delta T + m_{Pb} \cdot q_{Pb} = 139{,}08\,kJ$

$Q_C = C \cdot \Delta T = 1190\,kJ$

$\underline{\underline{Q = 1731{,}5\,kJ}}$ — 5 BE

$\frac{Q}{55\%} = \frac{Q_{zu}}{100\%} \rightarrow \quad \underline{\underline{Q_{zu} = 3148{,}2\,kJ}}$ — 2 BE

1.2 $P = \frac{Q_{zu}}{t} \rightarrow t = \frac{Q_{zu}}{P} = \underline{\underline{394\,s \approx 6\tfrac{1}{2}\,\text{min}}}$ — 2 BE

Lösung 31.2.11.2 — Borosilikat — (10 BE)

2. $F_G = F_A$ für Schwimmen — 1 BE

$m_G \cdot g = m_W \cdot g$ Auftrieb durch Gewichtskraft des verdrängten Wassers — 2 BE

$\rho_G \cdot V_G = \rho_W \cdot V_W$ — 1 BE

$\rho_G \cdot \frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2) \cdot l = \rho_W \cdot \frac{\pi}{4} d_a^2 \cdot h$ mit $h \approx \frac{1}{2} l$ — 1 BE

$\rho_G \cdot (d_a^2 - d_i^2) = \rho_W \cdot d_a^2 \cdot \frac{1}{2}$ — 1 BE

$\frac{d_a^2 - d_i^2}{d_a^2} = \frac{\rho_W}{2 \cdot \rho_G}$ Umformungen — 2 BE

$1 - \frac{d_i^2}{d_a^2} = \frac{\rho_W}{2 \cdot \rho_G}$

$\sqrt{1 - \frac{\rho_W}{2 \cdot \rho_G}} = \frac{d_i}{d_a}$

$\frac{d_i}{d_a} = \sqrt{1 - \frac{1\frac{g}{cm^3}}{2 \cdot 2{,}23\frac{g}{cm^3}}} = 0{,}88$ Werte und Ergebnis (ähnliche Verhältnisse, die sich aus der Messung am Foto ergeben, werden auch als richtig gewertet, z.B. 4:7,7) — 2 BE

Lösung 31.2.11.3 — Brote und Diabolos — (10 BE)

3.1 Brot: $\begin{cases} E_B = m \cdot g \cdot h = 7{,}36\,J \\ v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 5{,}42\,\frac{m}{s} \end{cases}$ Diabolo: $\begin{cases} E_D = 7{,}5\,J \\ v_D = \sqrt{\frac{2 \cdot E_D}{m_D}} = 177{,}7\,\frac{m}{s} \end{cases}$ — 4 BE

Das Brot hat eine unwesentlich geringere Energie als das Diabolo, jedoch eine deutlich kleinere Geschwindigkeit. — 1 BE

3.2

Berechnung der Fallzeit des Diabolos: $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h_{01}}{g}} = 0,55(3)\ s$

$s_{max} = v_D \cdot t = \underline{\underline{98,3\ m}}$

Die maximale Flugweite beträgt rund 100 m. 3 BE

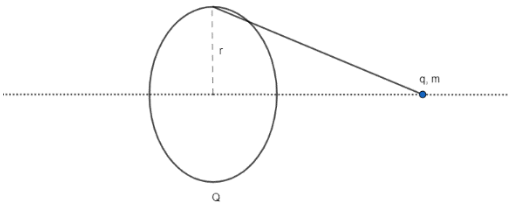
3.3

Berechnung der Flugdauer: $t = \frac{s}{v_D} = \frac{10\ m}{178\ \frac{m}{s}} = 0,0563\ s$ 2 BE

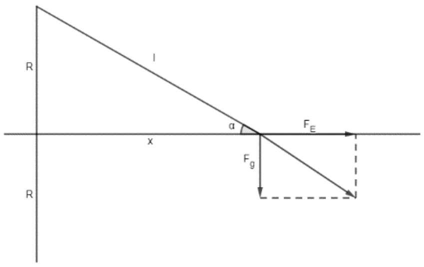
Berechnung der Strecke: $s_x = v_x \cdot t = 0,5 \frac{m}{s} \cdot 0,0563\ s = 0,028\ m \approx 3\ cm$

Lösung 31.2.11.4 Aufgeladen (10 BE)

$Q = q = 9,0 \cdot 10^{-8}\mathrm{C}$
$r = 5\ \mathrm{cm}$
$m = 1\ \mathrm{g}$



2 BE



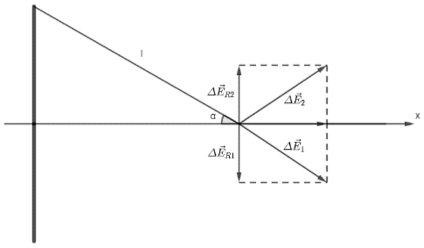
Auslenkung des Fadens in Richtung der resultierenden Kräfte

$\vec{F}_g = mg, F_E = q \cdot \vec{E}_x$, dabei ist $\vec{E}_x$ der Anteil der elektrischen Feldstärke (erzeugt von Q) in x-Richtung

Ähnlichkeit von Dreiecken:

$\frac{x}{R} = \frac{E_x \cdot q}{m \cdot g}$ (1)

2 BE



Zerlegung des Ringes in n gleiche Teile mit Ladung $\frac{Q}{n}$.

Diese erzeugen einzeln jeweils

$\Delta E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 l^2 n}$ (2)

Zerlegung der Feldstärke in 2 Komponenten (x/R-Richtung)

Rotationssymmetrie: R-Komponenten heben sich auf

$\vec{E}_x = n \cdot \Delta\vec{E}_x$ (3)

2 BE

Ähnlichkeit der Dreiecke: $\frac{\Delta E_x}{\Delta E} = \frac{x}{l}$ (4) 2 BE

Einsetzen (4 und 2 in 3): $E_x = \frac{Q \cdot x}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot l^3}$ (5) 2 BE

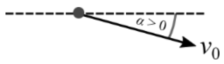
Einsetzen (in 1) und umstellen: $l = \sqrt[3]{\frac{Q \cdot q \cdot R}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot m \cdot g}} = 7,2 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}$

31. Physikolympiade des Landes Thüringen 2021/2022

Klassenstufe 12

Lösungen der 2. Runde

Lösung 31.2.12.1 „Olympiasieg im Herrentennis“ (10 BE)



a) Für die Bewegung des Balls in y-Richtung gilt

$$y(t) = y_0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - v_{y0} \cdot t \qquad \text{mit} \qquad v_{y0} = v_0 \cdot \sin\alpha \qquad (1)$$

und für jene in x-Richtung

$$x(t) = v_{x0} \cdot t \qquad \text{mit} \qquad v_{x0} = v_0 \cdot \cos\alpha \qquad (2)$$

Stellt man (2) nach t um und setzt dies in (1) ein, erhält man die Bahngleichung

$$y(x) = y_0 - \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2 - \tan\alpha \cdot x \qquad (3)$$

3 BE

b) Für kleine Winkel gelten die Näherungen $\cos\alpha \approx 1$ und $\tan\alpha \approx \alpha$ (mit α im Bogenmaß). Damit folgt aus (3) die Näherung 1 BE

$$y(x) \approx y_0 - \frac{g}{2 \cdot v_0^2} \cdot x^2 - \alpha \cdot x \qquad (4)$$

c) Stellt man (4) nach α um,

$$\alpha = \frac{y_0 - y(x)}{x} - \frac{g \cdot x}{2 \cdot v_0^2} \qquad (5)$$

kann man den minimalen Winkel $\alpha_{\min}$ (Ball trifft genau auf die Grundlinie, y = 0 und x = 24 m) und den maximalen Winkel $\alpha_{\max}$ (Ball schafft es gerade noch über das Netz, y = 1 m und x = 12 m) berechnen:

$$\alpha_{\min} = \frac{y_0}{24\text{ m}} - \frac{g \cdot 24\text{ m}}{2 \cdot v_0^2} \text{ und } \alpha_{\max} = \frac{y_0 - 1\text{ m}}{12\text{ m}} - \frac{g \cdot 12\text{ m}}{2 \cdot v_0^2}. \qquad (6)$$

Setzt man die gegebenen Werte ein, folgen $\alpha_{\min} = 0{,}082\text{ rad} = 4{,}7°$ und $\alpha_{\max} = 0{,}129\text{ rad} = 7{,}4°$. Diese beiden Werte begrenzen den Winkelbereich und sind für die Lösung ausreichend. Wenn Schüler/innen direkt die Größe des Winkelbereichs $\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min} = 2{,}7°$ berechnen, ist dies ebenfalls ausreichend. 3 BE

d) Für einen erfolgreichen Aufschlag muss der Ball über die Netzkante, aber bis maximal genau auf die Grundlinie fliegen. Im Allgemeinen erhält man für dieses Problem, wie im Aufgabenteil c) einen möglichen Winkelbereich innerhalb dessen der Tennisspieler den Ball abschlagen muss. Reduziert man die Abschlaghöhe y_0 wird der Winkelbereich zunächst kleiner, bis es in der Minimalhöhe noch genau einen Winkel gibt. Diesen Winkel erhält man aus der Lösung des Gleichungssystems

$$0 = y_{0,\min} - \frac{g \cdot l^2}{2 \cdot v_0^2} - \alpha \cdot l \qquad \text{(I)}$$

$$1\text{ m} = y_{0,\min} - \frac{g \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2}{2 \cdot v_0^2} - \alpha \cdot \frac{l}{2} \qquad \text{(II)}$$

Zur Lösung des Systems multipliziert man (II) mit −2 und addiert die beiden Gleichungen. Daraus folgt

$$-2\text{ m} = -y_{0,\min} - \frac{g \cdot l^2}{4 \cdot v_0^2} \quad \text{(II')}$$

und letztlich $y_{0,\min} = 2\text{ m} - \frac{g \cdot l^2}{4 \cdot v_0^2} = 1{,}61\text{ m}$.

Setzt man dieses Ergebnis noch in (I) ein, folgt $\alpha = \frac{y_{0,\min}}{l} - \frac{g \cdot l}{2 \cdot v_0^2} = 0{,}0344\text{ rad} = 2{,}0°$. 3 BE

Lösung 31.2.12.2 „Berührungslose Schichtdickenmessung“ (10 BE)

a) Es handelt sich um eine Siebkette, in der die Stromstärke maximal wird, wenn 1 BE

$$X_L = X_C \quad \text{mit } X_L = 2\Pi \cdot f \cdot L \text{ und } X_C = \frac{1}{2\Pi \cdot f \cdot C} \quad \text{sowie } C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$ 3 BE

folgt für $C_{Soll} \approx 88{,}5$ nF <u>L ≈ 0,29 H</u> 2 BE

b) $I_{Soll} = \frac{U}{R}$ $I_{Soll} = 400$ mA und 1 BE

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$ 1 BE

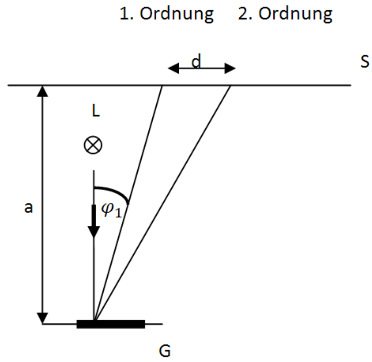
für 4,5 µm ≤ d ≤ 5,5 µm folgt 98,4 nF ≥ C ≥ 80,5 nF 1 BE

Es ergeben sich I (98,4 nF) = 175 mA und I (80,5 nF) = 217 mA.

Damit sinkt die Stromstärke um mindestens $\frac{|217\text{ mA} - 400\text{ mA}|}{400\text{ mA}} \cdot 100\% \approx 46\%$ 1 BE

Lösung 31.2.12.3 „Reflexionsgitter" (10 BE)

a) Verstärkung → Gangunterschied $\Delta s = n \cdot \lambda$



$\sin \varphi_n = \frac{n\lambda}{g}$

$\tan \varphi_1 = \frac{x}{a} = \sin \varphi_1$

$\frac{x+d}{a} = \sin \varphi_2, \quad x = a \cdot \sin\varphi_1$ 2 BE

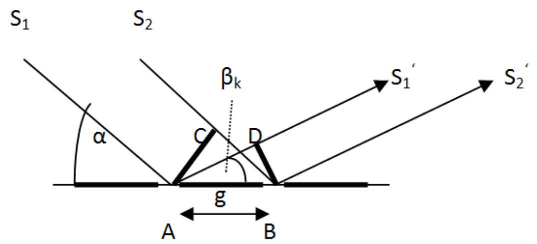
$a \cdot \sin \varphi_1 + d = a \cdot \sin \varphi_2$

$a \cdot \frac{\lambda}{g} + d = a \cdot \frac{2\lambda}{g} \quad \rightarrow a \cdot \frac{\lambda}{g} = d \quad \rightarrow g = \frac{a \cdot \lambda}{d} = \frac{10\text{ m} \cdot 630 \cdot 10^{-9}\text{m}}{0{,}252\text{ m}}$ 2 BE

$g = 25$ µm

$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{g} \quad \rightarrow \quad \varphi_1 = 1{,}4°$ 1 BE

b) S_2' hat im Punkt B gegenüber S_1' die Wegdifferenz AD – BC 2 BE (Skizze)



Ein Maximum tritt auf, wenn

AD – BC = k·λ (k = 0, 1, 2,…) 1 BE

AD = g·cos β_k und BC = g·cos α

g·cos β_k - g·cos α = k·λ 2 BE

$\rightarrow \cos \beta_k = \cos \alpha + \frac{k\lambda}{g}$

Lösung 31.2.12.4 „The Royal Swedish Academy of Sciences …" (10 BE)

a) Die von der Sonne emittierte Strahlungsleistung L durchströmt immer eine Kugelfläche. Die Intensität (W/m²) nimmt deshalb mit wachsendem Radius der Kugel ab. Damit kann die Erde nur die Intensität

$I_S = S = \frac{L}{4\pi \cdot a^2} = \frac{3{,}828 \cdot 10^{26}\text{ W}}{4\pi \cdot (1{,}496 \cdot 10^{11}\text{ m})^2} = 1361 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ 1 BE

Solarkonstante S genannt, pro m² absorbieren. Die Strahlungsbilanz der Erde lautet somit

$$\pi \cdot R_\text{E}^2 \cdot S = 4\pi \cdot R_E^2 \cdot \sigma \cdot T_\text{E}^4.$$ 1 BE

Daraus folgt die Gleichgewichtstemperatur $T_\text{E} = \sqrt[4]{\frac{S}{4 \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1361}{4 \cdot 5{,}670 \cdot 10^{-8}}}\text{K} = 278{,}33\text{ K} \rightarrow 5{,}2\text{ °C}$. 1 BE

b) Berücksichtigt man die Albedo erhält man die veränderte Strahlungsbilanz

$$\pi \cdot R_\text{E}^2 \cdot (1-\alpha) \cdot S = 4\pi \cdot R_\text{E}^2 \cdot \sigma \cdot T_\text{E}^4.$$ 1 BE

und die Gleichgewichtstemperatur $T_\text{E} = \sqrt[4]{\frac{(1-\alpha) \cdot S}{4 \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{0{,}7 \cdot 1361}{4 \cdot 5{,}670 \cdot 10^{-8}}}\text{K} = 254{,}58\text{ K} \rightarrow -18{,}6\text{ °C}$. 1 BE

Ohne den natürlichen Treibhauseffekt wäre es im Mittel ziemlich ungemütlich auf der Erde.

c) Dividiert man die Gleichungen (1) und (2) der Aufgabenstellung durch $4\pi \cdot R_\text{E}^2$ vereinfachen sich diese zu

$$\frac{(1-\alpha)}{4} \cdot I_\text{S} = \tau \cdot I_E + I_\text{A} \qquad (1‘)$$

und

$$\frac{(1-\alpha)}{4} \cdot I_\text{S} + I_\text{A} = I_E \qquad (2‘)$$

Weiter stellt man (1‘) nach I_A um und setzt in (2‘) ein. Damit erhält man

$$I_E = \frac{(1-\alpha)}{2 \cdot (1+\tau)} I_\text{S} = \sigma \cdot T_E^4$$ 3 BE

bzw. für die Gleichgewichtstemperatur

$$T_\text{E} = \sqrt[4]{\frac{(1-\alpha) \cdot S}{2 \cdot (1+\tau) \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{0{,}7 \cdot 1361}{2 \cdot 1{,}2 \cdot 5{,}670 \cdot 10^{-8}}}\text{K} = 289{,}26\text{ K} \rightarrow 16{,}1\text{ °C}.$$ 1 BE

d) Mit den veränderten Parametern folgt für die Gleichgewichtstemperatur

$T'_{\mathrm{E}} = \sqrt[4]{\frac{0{,}71 \cdot 1361}{2 \cdot 1{,}19 \cdot 5{,}670 \cdot 10^{-8}}}\,\mathrm{K} = 290{,}90\ \mathrm{K}$

und damit $\Delta T_{\mathrm{E}} = T'_{\mathrm{E}} - T_{\mathrm{E}} = 1{,}64\ \mathrm{K} > 1{,}5\ \mathrm{K}$ 1 BE

Schlussbemerkung:
Reale Klimamodell sind vielfach komplexer, da sie z.B. den Schichtaufbau und die Konvektion in der Atomsphäre, den Einfluss verschiedener Treibhausgase, den Einfluss kurzfristiger Wetterphänomene auf das Klima, u.v.m. berücksichtigen. Der deutsche Nobelpreisträger Klaus Hasselmann hat u. a. ein Modell entwickelt, wie kurzfristige Wetterphänomene und langfristige Entwicklungen des Klimas zusammenhängen. Außerdem wies er (gemeinsam mit anderen) den Zusammenhang zwischen dem Anstieg der CO_2-Konzentration in der Atmosphäre und der Erderwärmung nach.